Vorlesung Wissensentdeckung

Closed Sets, Web Mining

Katharina Morik, Claus Weihs

LS 8 Informatik
Computergestützte Statistik
Technische Universität Dortmund

28.4.2015

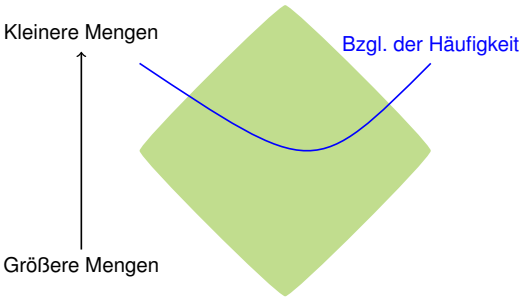
Gliederung

1. Closed Sets
2. Web Mining
   - Finden von häufigen Subgraphen
   - Ranking von Web-Seiten nach Autorität

Zu viele Muster!

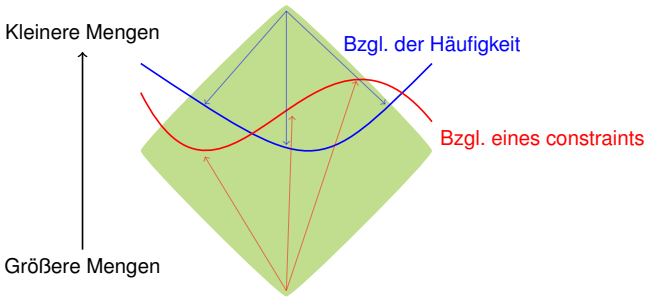
- Es werden sehr viele häufige Mengen gefunden, die redundant sind.
- Wir müssen also aus den Beispielen
  - eine untere Grenze und
  - eine obere Grenze konstruieren.
- Eine Halbordnung bzgl. Teilmengenbeziehung haben wir schon.
- Die Grenzen haben wir auch.
- Gemerkt?

Untere Grenze



- Wenn eine Menge häufig ist, so auch all ihre Teilmengen. (Anti-Monotonie)
- Beschneiden der Ausgangsmengen für die Kandidatengenerierung gemäß dieser Grenze!

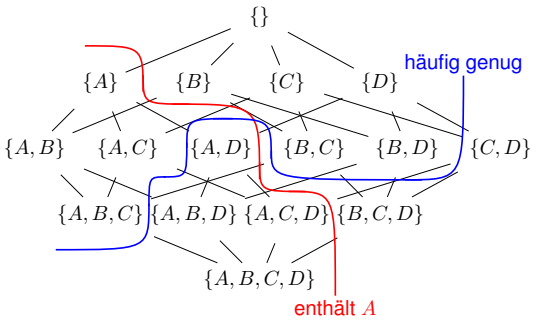
Obere Grenze



- Monotonie der Seltenheit: Wenn eine Teilmenge selten ist, so auch jede Menge, die sie enthält. Seltenheit ist ein constraint.
- Beschneidung der Kandidatengenerierung nach der Monotonie.

Beispiel mit Frequency threshold 0.3

A	B	C	D
1	0	1	0
1	1	1	0
0	1	1	1
0	1	0	1
1	1	1	0



Dank an Jean-Francois Boulicaut!

Kondensierte Repräsentationen

- Statt Suche nach allen häufigen Mengen: Suche nach einer kondensierten Repräsentation,
  - die kleiner ist als die ursprüngliche Repräsentation und
  - aus der wir alle häufigen Mengen und ihre Häufigkeit ableiten können, ohne noch mal die Daten selbst anzusehen.
- Kondensierte Repräsentationen für Assoziationsregeln:
  - Closed item sets
  - Free sets
- Operator, der die Menge aller Assoziationsregeln ableitet:
  - Cover operator

Closed Item Sets

A	B	C	D
1	1	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1
1	1	1	0

- $closure(S)$ ist die maximale Obermenge (gemäß der Teilmengenbeziehung) von S, die noch genauso häufig wie S vorkommt.
- S ist ein closed item set, wenn $closure(S) = S$
- $support(S) = support(closure(S))$ (für alle S)
- Bei einem Schwellwert von 0.1 sind alle Transaktionen häufig genug.
- Closed sind: $C, AC, BC, ABC, ABCD$
  - keine Obermenge von C kommt auch 6 mal vor
  - A kommt 5 mal vor, aber auch die Obermenge AC und keine Obermenge von AC

Kondensierte Repräsentation und Ableitung

- Closed item sets sind eine kondensierte Repräsentation:
  - Sie sind kompakt.
  - Wenn man die häufigen closed item sets C berechnet hat, braucht man nicht mehr auf die Daten zuzugreifen und kann doch alle häufigen Mengen berechnen.
- Ableitung:
  - Für jede Menge S prüfen wir anhand von C: Ist S in einem Element X von C enthalten?

    Nein , dann ist S nicht häufig.

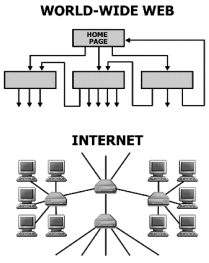
    Ja , dann ist die Häufigkeit von S genau die der kleinsten solchen Obermenge X.
    - Wenn es in mehreren Elementen von C vorkommt, nimm die maximale Häufigkeit!

Was wissen Sie jetzt?

- Sie kennen eine Repräsentation, die weniger Elemente als häufig ausgibt, aus der aber alle häufigen Mengen hergeleitet werden können.
- Es gibt noch viele andere Methoden, um nur interessante Muster auszugeben, aber hier lernen Sie nur eine kennen.

Das Web und das Internet als Graph

Webseiten sind Knoten, verbunden durch Verweise. Router und andere Rechner sind Knoten, physikalisch verbunden.



Reka Albert, Albert-Laszlo Barabasi: Statistical Mechanics of Complex Networks, arXiv, 2006

Eigenschaften des World Wide Web (WWW)

Die Struktur des Webs wurde schon früh untersucht (http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0106096v1.pdf)

- *Small Worlds:* Der Pfad zwischen zwei Knoten hat nur wenige Knoten. In einem Ausschnitt des WWW mit 200 Mio. Seiten fanden Broder at al (2000) durchschnittliche Pfadlängen von 16 Knoten.

Eigenschaften des World Wide Web (WWW)

- *Clustering Coefficient C:* Bei den meisten Knoten i sind nicht alle ihre direkten Nachfolger k_i miteinander verbunden, sondern es gibt nur E_i Kanten zwischen ihnen. Wenn die Nachfolger streng zusammenhängend wären, gäbe es $k_i(k_i-1)/2$ Kanten zwischen ihnen.

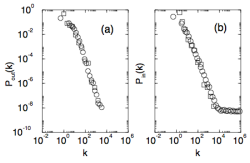
$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)}$$

Auf das WWW angewandt ignoriert man die Richtung der Kanten. Adamic (1999) fand bei 153.127 Web-Sites C=0,1078, bei einem Zufallsgraphen der selben Größe nur C'=0,00023.

Eigenschaften des World Wide Web (WWW)

- *Exponenzialverteilung:* Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Knoten k Kanten hat, folgt einer Exponenzialverteilung: $P(X = k) \sim k^{-\gamma}$
  Die bedingte Wahrscheinlichkeit hängt dann nicht von der Größe ab (*scale-free*): $P(X \geq k|X \geq m) = P(X \geq k)$

Mit hoher Wahrscheinlichkeit gehen nur wenige Kanten ab, kommen nur wenige Kanten an.



Verteilungen der Anzahl von Kanten: (a) ausgehende (b) eingehende.

Web Mining

Das WWW hat zu einer Menge interessanter Forschungsaufgaben geführt. Unter anderem gibt es:

- Indexieren von Web-Seiten für die Suche – *machen wir hier nicht*
- Analysieren von Klick-Strömen – web usage mining *kommt später*
- Co-Citation networks – *machen wir hier nicht*
- Finden häufiger Muster in vernetzten Informationsquellen
- Ranking von Web-Seiten nach Autorität

Finden häufiger Muster in Graphen

- Wir betrachten Web-Sites als Graphen.
  - Jede Web-Seite ist ein Knoten und die Knoten sind verbunden: das Klicken auf einer Seite führt zu einer anderen Seite.
  - Alternativ: die HTML-Struktur wird als Graph aufgefasst.
- Die Beobachtungsmenge beinhaltet viele Graphen und Muster sollen in vielen davon vorkommen.
- Alternativ: Ein Muster soll häufig in einem Graphen vorkommen.

Apriori-artiges Finden von Mustern

- Wir betrachten Web-Sites als Graphen. Jede Web-Seite ist ein Knoten und die Knoten sind verbunden: das Klicken auf einer Seite führt zu einer anderen Seite.
- Die Beobachtungsmenge beinhaltet viele Graphen und die Muster sollen in vielen davon vorkommen.
- Analog zu Apriori werden häufige Subgraphen erweitert zur Kandidatengenerierung.
- Die Erweiterung ist jetzt etwas komplizierter.
- AGM-Algorithmus: A. Inokuchi, T. Washio, H. Motoda: An Apriori-based Algorithm for Mining Frequent Substructures from Graph Data. PKDD Conference 2000.

Beispiel für Subgraphen

Die beiden linken 5-großen Graphen haben einen 4-großen Graphen gemeinsam.
Die beiden rechten 6-großen Graphen sind die Kandidaten.

Hong Cheng, Xifeng Yan, Jiawei Han: Mining Gaph Patterns. In: Charu Agharwal, Haixun Wang (eds): Managing and Mining Graph Data 2010

Apriori-artiges Finden von Mustern: Notation

- $V(g)$ sind die Knoten eines Graphen g;
- $E(g)$ sind die Kanten eines Graphen g;
- Annotation l bildet ein Label auf einen Knoten oder eine Kante ab.

Subgraph Isomorphie

Für zwei annotierte Graphen g, g' is die *Subgraph Isomorphie* die Einbettung $f : V(g) \to V(g')$, so dass

- $\forall v \in V(g) : l(v) = l'(f(v))$
- $\forall (u, v) \in E(g) : (f(u), f(v)) \in E(g')$ und $l(u, v) = l'(f(u), f(v))$

wobei l, l' die Annotationen von g, g' sind.

Häufige Graphen und Anti-Monotonie

Wir können nun die Lernaufgabe definieren als das Finden aller häufiger Graphen.

Häufiger Graph

- Gegeben eine Menge annotierter Graphen $D = G_1, ..., G_n$ und ein Subgraph g, dann ist $support(g) = \frac{|D_g|}{|D|}$ und die Menge $D_g = \{G_i | g \subseteq G_i, G_i \in D\}$.
- Finde alle Graphen g, deren $support(g)$ nicht kleiner ist als $minsup$.

Anti-Monotonie

Ein Subgraph mit k Knoten bzw. Kanten ist nur dann häufig, wenn alle seine Subgraphen häufig sind.

$Apriori(D, minsup, S_k)$

Input: Graphen D, Schwellwert $minsup, k$ große Subgraphen S_k
Output: Die Menge aller $k+1$-großen häufigen Subgraphen S_{k+1}

$$
\begin{array}{llll}
S_{k+1} & := & \{\} & \\
for & g_i \in S_k & do & \\
 & for & g_j \in S_k do & \\
 & for & g = g_i \odot g_j do & \\
 & if & support(g) \geq minsup, g \notin S_{k+1} & \\
 & then & S_{k+1} := S_{k+1} \cup g & \\
if & S_{k+1} \neq \{\} & then & \\
call & Apriori & (D, minsup, S_{k+1}) & \\
return & & &
\end{array}
$$

Closed Subgraphs

Analog zu den Closed Sets gibt es auch bei den Graphen eine Closed Subgraph Darstellung.

Closed subgraph

A subgraph g is a *closed subgraph* in a graph set D, if

- g is frequent in D and
- there exists no proper supergraph g' such that $g \subset g'$ and g' is frequent in D.

Was wissen Sie jetzt?

- Man kann eine Web-site als Graph auffassen, bei dem die Seiten (Knoten) miteinander verbunden sind.
- Auch bei einer Menge von Graphen kann man häufige Muster (Teilgraphen) finden. Sie kennen den Apriori-Algorithmus für Graphen, der ein Muster durch Hinzunahme eines Knotens erweitert.
- Auch bei häufigen Mustern in Graphen gibt es eine aggregierte Darstellung und Sie kennen die Definition.

Ranking von Web-Seiten

Was sind besonders *wichtige* Seiten?

- Eine Seite, von der besonders viele Links ausgehen, heißt *expansiv*.
- Eine Seite, auf die besonders viele links zeigen, heißt *beliebt*.
- Wie oft würde ein zufälliger Besucher auf eine Seite i kommen? Zufällige Besuche von einer beliebigen Startseite aus:
  - Mit der Wahrscheinlichkeit α folgt man einer Kante der aktuellen Seite (Übergangswahrscheinlichkeit).
  - Mit der Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ springt man auf eine zufällige Seite, unter der Annahme, dass die Seiten gleich verteilt sind (Sprungwahrscheinlichkeit).

  Der Rang einer Seite $PageRank(i)$ ist der Anteil von i an den besuchten Knoten.

Zufalls-Surfermodell: PageRank

Matrix M_{ij} für Kanten von Knoten j zu Knoten i; $n(j)$ ist die Anzahl der von j ausgehenden Kanten; N Knoten insgesamt.

$$\begin{pmatrix} & 1 & \dots & N \\ 1 & 0 & \dots & M_{1N} \\ \vdots & \dots & M_{ij} = 1/n(j) & \dots \\ N & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Matrix $N \times N$ mit den Einträgen $1/N$ gibt die Gleichverteilung der Knoten an (Sprungwahrscheinlichkeit).
Die Wahrscheinlichkeit, die Seite zu besuchen, ist die Summe von Sprung- und Übergangswahrscheinlichkeit, angegeben in $N \times N$ Matrix M':

$$M' = (1-\alpha)\left[\frac{1}{N}\right] + \alpha M \qquad (1)$$

PageRank

Eigenvektoren von M' geben den Rang der Knoten an.
Man kann das Gleichungssystem für $\alpha < 1$ lösen:

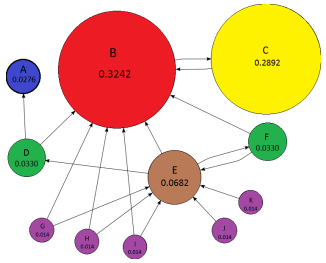
$$Rang_i = (1-\alpha)\left[\frac{1}{N}\right] + \alpha \sum_j M^{-1} ij$$

PageRank ist der rekursive Algorithmus:

$$Rang_i = \frac{1-\alpha}{N} + \alpha \sum_{\forall j \in \{(i,j)\}} \frac{Rang_j}{n(j)} \qquad (2)$$

PageRank Beispiel

Mit $\alpha = 0,85$ hier ein kleines Beispiel (wikipedia). Die Größe der Kreise entspricht der Wahrscheinlichkeit, mit der ein Surfer auf die Seite kommt. Seite C wird nur von einer einzigen, aber gewichtigeren Seite verlinkt und hat also einen höheren PageRank als Seite E, obwohl E von sechs Seiten verlinkt wird.



Alternativ: HIT – Hyperlinked-Induced Topic search

Ähnlich ist eine Anfrage-orientierte Bewertung von Web-Seiten. Statt des Zufalls-Surfers wird eine Suchanfrage gestellt und nur die Menge G der gelieferten Seiten mit allen Seiten, die auf diese verbunden sind, bewertet. Idee:

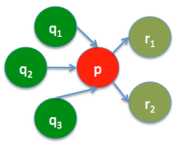
- Eine expansive Seite ist ein *hub* h. Sie soll auf beliebte Seiten zeigen. Die Expansionsbewertung aller Seiten ist ein Vektor $\vec{h}$.
- Eine beliebte Seite ist eine *authority* a. Auf sie soll von beliebten Seiten aus verwiesen werden. Die Beliebtheitsbewertung aller Seiten ist ein Vektor $\vec{a}$.

Die Matrix der Kanten M hat $M_{ij} = 1$, falls es eine Kante zwischen i und j gibt, 0 sonst.

$$\vec{h} = M\vec{a} \quad \vec{a} = M^T\vec{h} \qquad (3)$$

Jon Kleinberg: Authorative sources in a hyperlinked environment. Journal of the ACM 46(5), 1999.

Berechnung von $\vec{h}, \vec{a}$



k Iterationen

- Berechne $\vec{a}$ für alle Knoten $p \in G$:
  - $a_p := \sum h_q$;
  - $norm := \sqrt{\sum_{p \in G} a_p^2}$;
  - $a_p := a_p / norm$;
- Berechne $\vec{h}$ für alle Knoten $p \in G$:
  - $h_p := \sum a_r$;
  - $norm := \sqrt{\sum_{p \in G} h_p^2}$;
  - $h_p := h_p / norm$;

HIT

- HIT bewertet die Seiten, die eine Suchmaschine geliefert hat, nach Beliebtheit h und Autorität a.
- Alle Suchergebnisse werden nach der Bewertung geordnet.
- HIT liefert Seiten mit großem h und Seiten mit großem a.
- Probleme:
  - Wenn eine Seite verschiedene Inhalte hat, kann sie auch ausgegeben werden, wenn sie kein guter *hub* für die Anfrage ist: viele r zu unterschiedlichen Themen!
  - Wenn viele Seiten einer Web-Site auf Seite zeigen, bekommt diese hohe Autorität (topic hijacking), obwohl die q_i nicht unabhängig voneinander waren.
- Die Summen a_p, h_p sollten gewichtet werden. PageRank tut das.

Was wissen Sie jetzt?

- Sie kennen jetzt die Grundlage des Ranking von Web-Seiten und einige Probleme. Schreiben Sie den Kern von PageRank und HIT in Matrix-Notation (Gleichungen 1, 2, 3).
- PageRank schätzt die Wahrscheinlichkeit ab, auf die Seite zu kommen, indem es Kanten folgt und zufällig auf Knoten springt. Dabei verwendet es die Wahrscheinlichkeit α als Gewicht der Übergangswahrscheinlichkeiten und $1 - \alpha$ als Gewicht der Sprungwahrscheinlichkeit.
- HIT summiert die Beliebtheit der abgehenden Seiten als Wert der Expansion (*hub*).
  HIT summiert die Expansion der eingehenden Seiten als Wert der Beliebtheit (*authority*).